

OVERDISPERSI DALAM REGRESI LOGISTIK ¹⁾

Anang Kurnia²⁾, Asep Saefuddin²⁾, Entis Sutisna³⁾

Abstrak

Overdispersi dalam regresi logistik disebabkan oleh keragaman peluang respon atau korelasi antara peubah biner. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk membandingkan nilai dugaan parameter dan nilai dugaan galat baku dari model regresi logistik terhadap metode Williams dan regresi beta-binomial. Dari hasil simulasi dapat disimpulkan bahwa nilai dugaan parameter pada model regresi logistik masih memberikan penduga yang tak bias walaupun data memiliki overdispersi, tetapi nilai dugaan galat baku dari model tersebut menjadi underestimate jika data memiliki overdispersi.

Hasil analisis berdasarkan data aktual menunjukkan bahwa data yang digunakan menunjukkan adanya overdispersi. Sehingga nilai dugaan galat baku dari model regresi logistik ini menjadi underestimate, Sedangkan nilai dugaan galat baku untuk metode Williams dan regresi beta-binomial memberikan nilai yang lebih besar yang merupakan penyesuaian terhadap adanya overdispersi dalam data. Sehingga dapat dinyatakan bahwa nilai dugaan galat baku dari kedua metode ini merupakan nilai yang sebenarnya. Akibat dari nilai dugaan galat baku pada model regresi logistik yang underestimate tersebut, jumlah peubah yang berpengaruh nyata lebih besar dari pada metode Williams dan regresi beta-binomial. Hal ini tidak mencerminkan pengaruh yang sebenarnya, melainkan dikarenakan oleh nilai dugaan galat baku yang underestimate.

Kata kunci : overdispersi, underestimate

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Regresi logistik digunakan untuk menganalisis hubungan antara peubah bebas dengan peubah respon yang bertipe kategorik. Dalam regresi logistik biner, peubah respon yang diamati diasumsikan hanya memiliki dua macam kejadian, misalnya "sukses" dan "gagal". Peubah respon seperti ini sering dinamakan sebagai peubah biner.

Dalam pemodelan, diasumsikan bahwa peubah biner ini saling bebas satu dengan yang lainnya, sehingga jumlah dari peubah biner akan memiliki sebaran binom. Akan tetapi dalam beberapa kasus, seringkali asumsi ini tidak terpenuhi. Secara teori permasalahan ini tidak akan mengubah nilai harapan dari sebaran binom, tetapi akan mempengaruhi keragaman dari peubah respon tersebut. Oleh karena itu,

asumsi sebaran binom terhadap peubah respon mungkin tidak akan terpenuhi. Jika peubah biner tersebut berkorelasi positif, maka keragamannya akan meningkat sebesar $2 \sum \text{cov}(y_i, y_j)$. Masalah ini sering disebut sebagai overdispersi dalam data binom.

Overdispersi dapat disebabkan oleh keragaman peluang respon di dalam suatu kelompok atau korelasi antara peubah biner. Dalam prakteknya dua kejadian ini terjadi secara simultan, artinya jika terdapat korelasi antara peubah biner, maka hal ini akan membawa pada keragaman peluang respon, begitu juga sebaliknya (Collett, 1991). Overdispersi dapat terjadi dalam dua kemungkinan, yaitu pengelompokan di dalam populasi dan pengukuran atau percobaan secara berulang pada objek yang sama (McCullagh & Nelder, 1983).

¹⁾ Disampaikan pada Seminar Nasional Statistika, 28 September 2002 di IPB

²⁾ Dosen pada Jurusan Statistika IPB

³⁾ Staf Peneliti pada CESS

TINJAUAN PUSTAKA

Regresi Logistik (RL)

Misalkan ada n observasi dengan peubah respon y_i menyebar binom. Peubah respon ini ditulis dalam bentuk y_i/n_i , dengan y_i adalah banyaknya kejadian sukses dan n_i adalah banyaknya ulangan. Sehingga nilai harapan $y_i = n_i p_i$, dengan p_i adalah peluang untuk kejadian sukses.

Regresi logistik menghubungkan peubah respon dengan peubah bebas melalui formula:

$$p_i = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_{pi} x_{pi})}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_{pi} x_{pi})}$$

persamaan ini seringkali dituliskan dalam bentuk:

$$\log \text{it}(p_i) = \ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_{pi} x_{pi}$$

Pendugaan Parameter

Pendugaan parameter dalam regresi logistik menggunakan metode maksimum *likelihood*. Untuk menyelesaikan persamaan akhir dalam persamaan *likelihood* harus dilakukan dengan menggunakan metode iterasi. (Agresti, 1990) telah menunjukkan penyelesaian masalah ini dengan metode Newton-Raphson.

Diagnostik Model

Ada dua statistik yang digunakan untuk menguji kelayakkan model yaitu khi-kuadrat Pearson dan devians. Kedua statistik ini merupakan fungsi dari sisaan, yaitu selisih dari nilai aktual dengan nilai dugaan.

Untuk suatu peubah bebas tertentu, nilai sisaan Pearson untuk amatan ke-i didefinisikan sebagai berikut:

$$r(y_i, \hat{p}_i) = \frac{(y_i - n_i \hat{p}_i)}{\sqrt{n_i \hat{p}_i (1 - \hat{p}_i)}}$$

sehingga khi-kuadrat Pearson dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$X^2 = \sum_{i=1}^n r(y_i, \hat{p}_i)^2$$

selanjutnya, nilai sisaan devians untuk amatan ke-i dinyatakan sebagai berikut:

$$d(y_i, \hat{p}_i) = \pm \left\{ 2 \left[y_i \ln \left(\frac{y_i}{n_i \hat{p}_i} \right) + (n_i - y_i) \ln \left(\frac{n_i - y_i}{n_i (1 - \hat{p}_i)} \right) \right] \right\}^{1/2}$$

sehingga devians dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$D = \sum_{i=1}^n d(y_i, \hat{p}_i)^2$$

Khi-kuadrat Pearson dan devians akan mengikuti sebaran χ^2 dengan derajat bebas $(n-p)$, dengan p adalah banyaknya parameter dalam model yang diduga. Jika model regresi logistik yang digunakan terhadap data layak, maka nilai khi-kuadrat Pearson dan devians akan mendekati nilai derajat bebasnya. Hal ini dapat dijelaskan karena nilai harapan dari sebaran χ^2 sama dengan derajat bebasnya. Jika nilai khi-kuadrat Pearson dan devians jauh lebih besar dari derajat bebasnya, maka asumsi dari keragaman binom tidak terpenuhi dan data menunjukkan overdispersi.

Pemodelan Keragaman Peluang Respon

Ukuran keragaman peluang respon atau korelasi disimbolkan dengan ϕ . Pemodelan overdispersi dirumuskan melalui model berikut:

$$\text{Var}(y_i) = n_i p_i (1-p_i) [1 + (n_i - 1) \phi]$$

Pada saat data tidak memiliki overdispersi, maka y_i akan memiliki sebaran binom, hal ini berimplikasi pada nilai $\phi = 0$. Dengan kata lain, jika ada keragaman peluang respon, maka ϕ lebih besar dari nol, sehingga mengakibatkan overdispersi dalam keragaman binom (Collett, 1991).

Metode Williams (MW)

Williams (1982) menunjukkan bahwa penduga bagi ϕ dapat diperoleh dengan menyamakan nilai khi-kuadrat Pearson untuk model penuh dengan pendekatan nilai harapannya.

Berikut ini adalah algoritme untuk pendugaan parameter pada metode Williams (Collet, 1991).

Penduga awal bagi ϕ diberikan sebagai berikut:

$$\hat{\phi}_0 = \frac{\{X^2 - (n - p)\}}{\sum_{i=1}^n \{(n_i - 1)(1 - v_i d_i)\}}$$

dengan p adalah banyaknya parameter, $v_i = n_i p_i (1-p_i)$, dan d_i adalah elemen diagonal utama pada matriks ragam-peragaman dari kombinasi linear $\eta_{ji} = \sum \beta_j x_{ji}$. Sehingga penduga

bagi pembobot awal adalah $w_{i0} = [1 + (n_i - 1) \hat{\phi}_0]^{-1}$. Selanjutnya $\hat{\beta}$ dan khi-kuadrat Pearson kembali dihitung. Kemudian penduga $\hat{\phi}$ berikutnya dihitung dengan menggunakan rumus:

$$\hat{\phi}_1 = \frac{X^2 - \sum_{i=1}^n \{w_i(1 - w_i v_i d_i)\}}{\sum_{i=1}^n \{w_i(n_i - 1)(1 - w_i v_i d_i)\}}$$

jika nilai khi-kuadrat Pearson masih relatif lebih besar dari derajat bebasnya, maka diperlukan iterasi kembali sampai diperoleh nilai khi-kuadrat Pearson yang mendekati nilai derajat bebasnya (Collett, 1991).

Regresi Beta-Binomial (RBB)

Regresi beta-binomial digunakan untuk menduga data binom dengan memodelkan keragaman peluang respon melalui sebaran beta. Hal ini disebabkan karena selang nilai dari sebaran ini memiliki selang yang sama dengan nilai peluang (p) yaitu (0,1). Selain itu, nilai parameter pada sebaran beta, yaitu a dan b memiliki nilai yang positif.

Misalkan p menyebar dengan sebaran beta dengan parameter a dan b , maka

$$p \sim \text{Beta}(a, b) \quad a > 0 \text{ dan } b > 0$$

fungsi kepekatan bersama untuk y_i dan p adalah

$$f(y, p; n) = f(y | p, n_i) f(p)$$

oleh karena pendugaan parameter a dan b sulit untuk dilakukan, maka Griffith dalam Hajarisman (1998) membuat parameter baru sebagai berikut:

$$\mu = \frac{a}{a+b} \quad \theta = \frac{1}{a+b}$$

selanjutnya, didefinisikan bahwa peluang respon memiliki nilai harapan sama dengan μ dan parameter korelasi sama dengan $\phi = 1/(a+b+1)^{-1}$. Sehingga parameter-parameter dari sebaran beta dapat dinyatakan dengan $a = \mu\theta^{-1}$ dan $b = (1-\mu)\theta^{-1}$, dengan $\theta = \phi(1-\phi)^{-1}$. Setelah mengalami parameterisasi, maka fungsi kepekatan marginal bagi y dapat dituliskan sebagai berikut:

$$f(y | \mu, \theta, n_i) = \binom{n_i}{y} \frac{\prod_{i=0}^{y-1} (\mu + i\theta) \prod_{i=0}^{n_i-y-1} (1 - \mu + i\theta)}{\prod_{i=0}^{n_i-1} (1 + i\theta)}$$

dengan $0 \leq \mu \leq 1$, dan $\theta \geq 0$.

Berdasarkan fungsi kepekatan marginal di atas, maka fungsi *likelihood*nya adalah

$$\log l(\mu, \theta) = \sum_{i=0}^{y-1} \ln(\mu + i\theta) + \sum_{i=0}^{n_i-y-1} \ln[(1-\mu) + i\theta] - \sum_{i=0}^{n_i-1} \ln(1 + i\theta)$$

penduga kemungkinan maksimum bagi parameter β dapat diperoleh dengan memaksimumkan fungsi *likelihood* di atas.

BAHAN DAN METODE

Bahan

Dalam penelitian ini, digunakan data simulasi dan data aktual. Untuk data aktual dapat dijelaskan sebagai berikut:

- a. Profil mahasiswa
 1. Angkatan (X1)
 2. Jenis kelamin (X2)
 3. Status asal sekolah SMU (X3)
 4. Jalur masuk IPB (X4)
 5. IPK TPB (X5)
 6. Aktivitas organisasi di dalam kampus (X6)
 7. Aktivitas organisasi di luar kampus (X7)
 8. Aktivitas yang lainnya selain belajar dan organisasi (sebagai contoh mengajar) (X8)
 9. Tempat tinggal (X9)
 10. Pendapatan mahasiswa setiap bulan yang diterima dari orang tua atau keluarga
 11. Pendapatan dari sumber yang lainnya.

- b. Latar belakang keluarga
 1. Tingkat pendidikan bapak (X12)
 2. Pekerjaan bapak (X13)
 3. Tingkat pendidikan ibu (X14)
 4. Pekerjaan ibu (X15).

Peubah respon yang diamati dalam penelitian ini adalah jumlah mata kuliah yang bernilai A dan B (*excellent*) dari sejumlah mata kuliah wajib yang diambil. Peubah respon diberi nilai "1" jika nilai yang diperoleh adalah A atau B dan "0" untuk yang lainnya. Objek

populasi dari penelitian ini adalah mahasiswa Statistika angkatan 35, 36, dan 37.

Metode

Ilustrasi masalah overdispersi melalui data simulasi dengan peubah respon yang memiliki korelasi (overdispersi) pada berbagai macam ukuran, yaitu dari 0.0 sampai dengan 0.9.

Analisis statistika deskriptif untuk memperoleh gambaran tentang data aktual. Selanjutnya regresi logistik digunakan untuk menduga data, kemudian kelayakkan model regresi logistik dapat dilihat dari nilai khi-kuadrat Pearson dan devians.

Jika terdapat indikasi overdispersi maka data diduga dengan menggunakan metode Williams dan regresi beta-binomial.

Perbandingan hasil-hasil pada regresi logistik, metode Williams, dan regresi beta-binomial baik untuk data simulasi maupun data aktual.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data Simulasi

Simulasi ini bertujuan untuk membandingkan nilai dugaan parameter dan galat baku dari metode regresi logistik, metode Williams dan regresi beta-binomial pada kasus data binom yang memiliki overdispersi.

Pembangkitan data binom yang memiliki overdispersi melalui simulasi dapat dijelaskan sebagai berikut:

1. Peubah respon dibangkitkan melalui sebaran binom dengan banyaknya ulangan $n=20$. Data dibangkitkan untuk tiga kelompok dengan peluang sukses (p) mengikuti sebaran beta. Nilai harapan untuk masing-masing kelompok adalah sebagai berikut:
 - Kelompok pertama dengan nilai harapan $E(p)=0.25$
 - Kelompok kedua dengan nilai harapan $E(p)=0.5$
 - Kelompok ketiga dengan nilai harapan $E(p)=0.75$
2. Koefisien korelasi antara peubah biner (ϕ) yang akan diuji adalah 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9
3. Korelasi antar peubah biner akan diakomodasi melalui sebaran beta.
4. Peubah penjelas yang digunakan dalam simulasi ini adalah kelompok.

Tabel 1 menunjukkan nilai devians dan nilai khi-kuadrat Pearson dari model regresi logistik. Nilai statistik ini menjadi lebih besar dari derajat bebasnya ($db=298$) pada data yang memiliki korelasi. Korelasi yang semakin kuat mengakibatkan nilai statistik ini menjadi semakin besar. Hal ini menunjukkan bahwa kedua statistik ini mampu mendeteksi overdispersi di dalam data dengan baik.

Tabel 1. Devians dan khi-kuadrat Pearson dari model regresi logistik

ϕ	Devians	Pearson
0	276.5	271.0
0.1	978.4	898.9
0.2	1493.1	1354.1
0.3	2245.1	2032.2
0.4	3061.9	2763.0
0.5	3642.0	3192.9
0.6	4062.4	3584.0
0.7	4920.8	4167.9
0.8	5899.6	5103.4
0.9	6845.0	5457.7

Tabel 2 dan 3 menunjukkan nilai dugaan parameter dan galat baku dari model RL, MW, dan RBB. Nilai dugaan parameter dari model-model di atas relatif sama untuk semua ukuran korelasi. Hal ini menunjukkan bahwa pendugaan parameter pada data yang memiliki overdispersi dengan menggunakan metode regresi logistik masih memberikan penduga yang tak bias.

Tabel 2. Dugaan Parameter β_0 Menggunakan RL, MW, dan RBB

ϕ	RL	MW	RBB
	β_0	β_0	β_0
0	-2.241	-2.241	-2.241
0.1	-2.347	-2.347	-2.351
0.2	-2.205	-2.205	-2.242
0.3	-2.231	-2.231	-2.215
0.4	-2.538	-2.538	-2.557
0.5	-2.348	-2.348	-2.373
0.6	-2.722	-2.722	-2.722
0.7	-2.278	-2.278	-2.135
0.8	-2.376	-2.376	-2.535
0.9	-1.832	-1.832	-1.921

Tabel 3. Dugaan Parameter β_1 Menggunakan RL, MW, dan RBB

ϕ	RL	MW	RBB
	β_1	β_1	β_1
0	1.115	1.115	1.115
0.1	1.157	1.157	1.162
0.2	1.035	1.035	1.051
0.3	1.124	1.124	1.125
0.4	1.222	1.222	1.225
0.5	1.148	1.148	1.157
0.6	1.284	1.284	1.268
0.7	1.136	1.136	1.055
0.8	1.219	1.219	1.273
0.9	0.890	0.890	0.932

Galat baku dari model RL, MW, dan RBB dapat dilihat pada Tabel 4 dan 5. Dapat dilihat bahwa untuk kasus korelasi nol, galat baku dari ketiga metode memberikan nilai penduga yang relatif sama. Adapun pada kasus overdispersi, nilai galat baku dari metode MW dan RBB meningkat dengan semakin meningkatnya korelasi. Peningkatan nilai galat baku ini merupakan penyesuaian sebagai akibat data berkorelasi. Hal ini menunjukkan bahwa metode MW dan RBB memberikan nilai galat baku yang sesungguhnya. Nilai galat baku dari metode RL relatif sama untuk berbagai ukuran korelasi. Hal ini menunjukkan bahwa metode ini tidak mengakomodasi masalah overdispersi dalam data. Dengan kata lain, metode ini memberikan nilai galat baku yang *underestimate* pada saat data memiliki overdispersi.

Tabel 4. Galat baku β_0 Menggunakan RL, MW, dan RBB

ϕ	RL	MW	RBB
	$SE(\beta_0)$	$SE(\beta_0)$	$SE(\beta_0)$
0	0.079	0.075	0.079
0.1	0.080	0.139	0.114
0.2	0.079	0.168	0.165
0.3	0.079	0.205	0.196
0.4	0.082	0.249	0.236
0.5	0.080	0.261	0.242
0.6	0.084	0.292	0.261
0.7	0.079	0.296	0.275
0.8	0.080	0.331	0.317
0.9	0.075	0.322	0.314

Tabel 5. Galat baku β_1 Menggunakan RL, MW, dan RBB

ϕ	RL	MW	RBB
	$SE(\beta_1)$	$SE(\beta_1)$	$SE(\beta_1)$
0	0.037	0.035	0.037
0.1	0.037	0.064	0.064
0.2	0.036	0.077	0.076
0.3	0.037	0.096	0.092
0.4	0.038	0.115	0.107
0.5	0.037	0.121	0.111
0.6	0.039	0.133	0.120
0.7	0.037	0.138	0.127
0.8	0.038	0.156	0.148
0.9	0.035	0.149	0.146

Data Aktual

Data yang digunakan sebagai contoh kasus data yang memiliki overdispersi dalam paper ini merupakan data primer. Data diambil dengan menggunakan kuisisioner. Dalam kuisisioner ini, ditanyakan faktor-faktor yang mungkin mempengaruhi jumlah mata kuliah yang bernilai A atau B. Peubah respon yang diamati dalam data ini adalah jumlah mata kuliah yang bernilai A atau B (*excellent*) dari sejumlah mata kuliah yang diambil. Pemilihan peubah respon ini didasarkan pada hipotesis bahwa keberhasilan pada satu mata kuliah dengan mata kuliah yang lainnya akan saling berhubungan, sehingga diharapkan data ini akan menunjukkan overdispersi.

Deskripsi Data

Data yang berhasil dikumpulkan dalam penelitian ini adalah sebanyak 128 data yang terbagi ke dalam tiga tingkat yaitu tingkat 2 sebanyak 36 data, tingkat 3 sebanyak 38 data, dan tingkat 4 sebanyak 54 data.

Peubah Dummi

Peubah dummi dibuat untuk peubah bebas dalam skala nominal atau ordinal dengan banyaknya kategori dua atau lebih. Jika banyaknya kategori disimbolkan dengan k , maka banyaknya peubah dummi adalah $k-1$. Hal ini dijelaskan secara terperinci pada lampiran 1.

Hasil-hasil pada Model RL, MW, dan RBB

Seperti sudah dijelaskan pada bagian sebelumnya, peubah respon yang diamati jumlah mata kuliah yang *excellent* dari sejumlah mata kuliah wajib yang diambil.

Peubah ini dapat dijadikan sebagai indikator prestasi akademik bagi mahasiswa Statistika.

Nilai khi-kuadrat Pearson dan devians dari model penuh regresi logistik jauh lebih besar dari nilai derajat bebasnya (Tabel 6). Hal ini menunjukkan overdispersi dalam data. Sehingga dapat dinyatakan bahwa model regresi logistik yang digunakan tidak layak. Nilai dugaan parameter dari model RL, MW, dan RBB tidak berbeda nyata secara visual. Perbedaan yang cukup jelas terlihat dari nilai galat bakunya. Nilai galat baku dari metode MW dan RBB lebih besar dari RL. nilai galat baku yang lebih besar ini bukan berarti *overestimate*, tetapi merupakan nilai yang sesungguhnya sebagai akibat keragaman berlebih yang ada dalam data (overdispersi). Dengan kata lain, dapat dinyatakan bahwa nilai galat baku pada model RL lebih kecil dari yang seharusnya (*underestimate*) pada saat data memiliki overdispersi.

Dalam kasus seperti ini, jika masih menggunakan model RL, maka pengambilan kesimpulan mengenai pengaruh peubah bebas terhadap peubah respon yang diamati menjadi sangat berbahaya. Uji statistik yang sering digunakan adalah uji Wald. Nilai statistik dari uji ini merupakan rasio dari nilai dugaan parameter terhadap nilai galat bakunya. Jika nilai galat bakunya sudah *underestimate*, maka hal ini akan menyebabkan penarikan kesimpulan yang salah, karena bisa saja peubah yang pengaruhnya seharusnya tidak nyata menjadi nyata.

Hal ini seperti ditunjukkan pada hasil analisis pada data aktual yang digunakan dalam penelitian ini. Banyaknya peubah bebas yang berpengaruh nyata pada taraf nyata $\alpha = 0.15$ berdasarkan model RL adalah 21 peubah bebas, sedangkan berdasarkan model MW adalah 18 peubah bebas, dan berdasarkan model RBB adalah 11 peubah bebas. Dengan demikian peubah bebas yang nyata pada model RL dan tidak nyata pada model RBB atau MW merupakan akibat dari galat baku pada model RL yang *underestimate*, bukan karena berpengaruh nyata yang sesungguhnya.

Selanjutnya, sulit untuk mengatakan model mana yang terbaik diantara model MW dan RBB untuk data ini. Tetapi dari hasil simulasi dapat ditunjukkan bahwa kedua model ini memberikan nilai galat baku yang relatif sama pada berbagai ukuran korelasi. Setidaknya dari hasil penelitian ini dapat ditunjukkan bahwa

model regresi logistik tidak layak untuk diterapkan bila data yang digunakan memiliki overdispersi.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil simulasi, nilai dugaan parameter dari model RL, MW, dan RBB memberikan nilai yang relatif sama, sedangkan nilai galat baku pada model RL *underestimate*. Nilai galat baku pada model MW dan RBB mampu memberikan nilai yang sesungguhnya. Berdasarkan hasil analisis, dapat disimpulkan bahwa data yang digunakan dalam penelitian ini menunjukkan adanya overdispersi. Hal ini disebabkan oleh adanya ketidakbebasan keberhasilan pada mata kuliah. Ternyata masalah ini tidak mempengaruhi nilai dugaan parameter secara signifikan, tetapi masalah ini mempengaruhi nilai galat bakunya. Nilai galat baku dari model MW dan RBB memberikan nilai yang lebih besar sebagai penyesuaian terhadap adanya overdispersi dalam data.

DAFTAR PUSTAKA

- Agresti, A. (1990). *Categorical Data Analysis*. New York: John Wiley dan Sons.
- Collet, D. (1991). *Modeling Binary Data*, London: Chapman dan Hall.
- Hajarisman, N. (1998). kajian Perbandingan Model Regresi Beta-Binom dengan Model Regresi Logistik dan Penerapannya untuk Menduga Pola Kelulusan Mahasiswa TPB-IPB. Bogor: Thesis tidak dipublikasikan. Program Pascasarjana, Program Studi Statistika, Institut Pertanian Bogor.
- Hosmer, D. W. dan Lemeshow, S. (1989). *Applied Logistic Regression*. New York: John Wiley dan Sons.
- McCullagh, P., dan J.A. Nelder (1983). *Generalized Linear Models*. 2nd Ed. New York: Chapman dan Hall.

Tabel 6. Dugaan parameter, galat baku, dan nilai-p dari regresi logistik, metode Williams, dan regresi beta-binomial

Variables	Parameter estimates			Stdanard error			P-value		
	RL	MW	RBB	RL	MW	RBB	RL	MW	RBB
Constant	-0.259	-0.260	-0.214	0.512	0.717	0.569	0.614	0.717	0.707
X1_1	-0.290	-0.311	-0.296	0.160	0.219	0.177	0.071*	0.155	0.094*
X1_2	-0.224	-0.163	-0.202	0.233	0.282	0.246	0.336	0.564	0.410
X2	-0.346	-0.305	-0.329	0.143	0.192	0.157	0.016*	0.111*	0.036*
X3	0.060	0.146	0.085	0.255	0.358	0.282	0.814	0.683	0.764
X4	0.241	0.252	0.246	0.159	0.211	0.173	0.129*	0.233	0.155
X5_1	0.912	0.858	0.886	0.172	0.236	0.191	0.000*	0.000*	0.000*
X5_2	2.801	2.724	2.767	0.247	0.341	0.273	0.000*	0.000*	0.000*
X6_1	0.071	0.009	0.056	0.164	0.223	0.181	0.665	0.969	0.756
X6_2	0.322	0.337	0.331	0.246	0.333	0.269	0.190	0.312	0.219
X6_3	0.498	0.475	0.477	0.287	0.395	0.315	0.083*	0.230	0.130*
X7	-0.070	-0.041	-0.058	0.177	0.240	0.195	0.694	0.865	0.765
X8	-0.083	-0.053	-0.070	0.201	0.278	0.223	0.681	0.848	0.752
X9	-0.271	-0.303	-0.271	0.158	0.215	0.174	0.086*	0.159	0.119*
X10_1	0.051	0.006	0.036	0.209	0.279	0.229	0.806	0.984	0.874
X10_2	-0.114	-0.135	-0.117	0.250	0.333	0.277	0.649	0.685	0.673
X10_3	0.113	0.001	0.078	0.338	0.445	0.370	0.739	1.000	0.833
X10_4	-0.235	-0.229	-0.228	0.314	0.422	0.343	0.453	0.588	0.506
X11_1	-0.598	-0.655	-0.607	0.220	0.272	0.220	0.003*	0.016*	0.006*
X11_2	-0.231	-0.2879	-0.244	0.281	0.387	0.309	0.411	0.456	0.429
X11_3	0.720	0.505	0.654	0.506	0.704	0.558	0.155	0.473	0.241
X11_4	0.504	0.397	0.461	0.475	0.665	0.527	0.289	0.550	0.382
X12_1	-1.057	-0.990	-1.069	0.544	0.758	0.611	0.052*	0.191	0.080*
X12_2	-0.271	-0.508	-0.385	0.552	0.745	0.617	0.623	0.495	0.532
X12_3	-0.943	-0.950	-0.995	0.543	0.743	0.607	0.082*	0.201	0.101*
X12_4	-0.834	-0.886	-0.901	0.556	0.757	0.620	0.134*	0.242	0.146*
X12_5	-0.693	-0.802	-0.786	0.589	0.804	0.657	0.239	0.319	0.232
X13_1	-0.092	0.034	-0.053	0.253	0.341	0.278	0.716	0.922	0.849
X13_2	-0.398	-0.428	-0.434	0.376	0.517	0.419	0.290	0.408	0.301
X13_3	-0.766	-0.752	-0.767	0.288	0.385	0.315	0.008*	0.051*	0.015*
X13_4	0.081	0.090	0.086	0.232	0.302	0.252	0.726	0.765	0.732
X13_5	-0.367	-0.280	-0.337	0.232	0.309	0.254	0.114*	0.364	0.185
X14_1	0.427	0.467	0.429	0.415	0.546	0.456	0.030*	0.392	0.346
X14_2	1.247	1.211	1.230	0.462	0.609	0.507	0.007*	0.047*	0.015*
X14_3	1.035	1.064	1.037	0.468	0.612	0.512	0.027*	0.082*	0.043*
X14_4	1.523	1.522	1.513	0.520	0.695	0.571	0.003*	0.029*	0.008*
X14_5	1.375	1.362	1.382	0.627	0.835	0.687	0.028*	0.103*	0.044*
X15_1	-0.448	-0.314	-0.398	0.364	0.501	0.402	0.219	0.530	0.322
X15_2	-0.737	-0.654	-0.702	0.332	0.444	0.365	0.026*	0.141*	0.054*
X15_3	-1.004	-0.879	-0.958	0.448	0.610	0.494	0.025*	0.150	0.052*
X15_4	-1.001	-0.93	-0.960	0.244	0.334	0.269	0.000*	0.006*	0.000*
X15_5	0.157	0.197	0.155	0.335	0.453	0.372	0.639	0.664	0.677
	Deviansce= 162.621 (DF=86)			Deviansce=93.7761 (DF=86)			Deviansce=160.145 (DF=86)		
	Pearson=151.478 (DF=86)			Pearson =86.000 (DF=86)					

catatan: * nyata pada taraf $\alpha = 0.15$